Metodologías para el análisis de desigualdades

Métodos Comunes

1. Índice de Theil
2. Índice de Gini
3. Índice de Atkinson

1. Índice de Theil

El índice de Theil mide desigualdad a partir de la **entropía** (información) en la distribución de una variable, típicamente ingresos. Es sensible a las diferencias entre los valores y su proporción respecto al total.

$$T = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} \left(\frac{x_i}{\bar{x}} \cdot \ln \left(\frac{x_i}{\bar{x}} \right) \right)$$

- x_i = valor del ingreso (o variable analizada) del individuo i
- $\bar{x}$ = media del ingreso
- n = número total de individuos

2. Índice de Gini

El índice de Gini mide la desigualdad como el área entre la curva de Lorenz y la línea de perfecta igualdad. Se basa en pares de comparación entre individuos.

$$G = \frac{\sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} |x_i - x_j|}{2n^2 \bar{x}}$$

O más computacionalmente eficiente con datos ordenados:

$$G = \frac{1}{n} \left(n + 1 - 2 \cdot \frac{\sum_{i=1}^{n} (n + 1 - i) \cdot x_{(i)}}{\sum_{i=1}^{n} x_{(i)}} \right)$$

Donde:

Donde:

- $x_{(i)}$: valores ordenados de menor a mayor
- n: número de observaciones
- $\bar{x}$: media

3. Índice de Atkinson

El índice de Atkinson cuantifica la pérdida de bienestar social debida a la desigualdad. A diferencia de Gini o Theil, permite explicitar el grado de aversión a la desigualdad mediante un parámetro ε (épsilon).

$$A(\varepsilon) = 1 - \left(\frac{1}{\bar{x}} \left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} x_i^{1-\varepsilon} \right)^{\frac{1}{1-\varepsilon}} \right)$$

Donde:

- x_i: ingreso o valor del individuo i
- $\bar{x}$: ingreso promedio
- n: número de individuos
- $\varepsilon > 0$: parámetro de sensibilidad a la desigualdad (cuanto mayor, más sensible a los pobres)

En Resumen...

- **Índice de Gini:** Mide desigualdad de forma intuitiva y es ampliamente usado, pero no permite descomposición territorial. Ideal para comunicar rápidamente la magnitud de la desigualdad.

- **Índice de Theil:** Se basa en entropía y permite descomponer la desigualdad en componentes entre y dentro de grupos, lo que lo hace útil para análisis geográficos o poblacionales detallados.

- **Índice de Atkinson:** Introduce una dimensión normativa, permitiendo ajustar la sensibilidad a la pobreza mediante el parámetro ε. Estima la pérdida de bienestar social causada por la desigualdad.

Métodos Robustos

1. Descomposición del Índice de Desigualdad por Grupos
2. Análisis de Desigualdades Multidimensionales (Método Alkire-Foster Adaptado)
3. Regresiones Cuantílicas
4. Análisis de Autocorrelación Espacial Local (LISA) + Regresión Geográficamente Ponderada (GWR)

1. Descomposición del Índice de Desigualdad por Grupos

Permite identificar cuánto de la desigualdad total en un indicador es atribuible a las diferencias *entre* grupos (ej., entre localidades) y cuánto a las diferencias *dentro* de esos mismos grupos (ej., dentro de las UPZ de una localidad). Es particularmente potente para índices como el de Theil, pero el principio puede aplicarse a otras medidas.

$$I_{total} = I_{entre-grupos} + I_{dentro-de-grupos}$$

- I_{total}: Índice de desigualdad para toda Bogotá.
- $I_{entre-grupos}$: Contribución a la desigualdad total debida a las diferencias en el indicador promedio entre las localidades.
- $I_{dentro-de-grupos}$: Contribución a la desigualdad total debida a las diferencias en el indicador dentro de cada localidad (ponderada por el tamaño de la localidad).

$$T = \sum_{g=1}^{G}(\frac{Y_g}{Y})T_g + \sum_{g=1}^{G}(\frac{Y_g}{Y})\log(\frac{Y_g/N_g}{Y/N})$$

Ejemplo con Theil

2. Análisis de Desigualdades Multidimensionales (Método Alkire-Foster Adaptado)

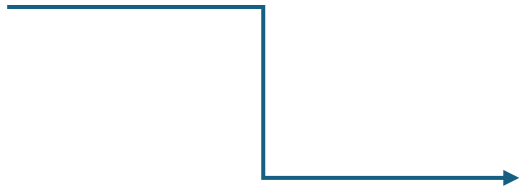
No solo la magnitud de las privaciones, sino también la *incidencia* (proporción de personas/hogares/áreas privadas) y la *intensidad* (cuántas privaciones experimenta en promedio una unidad privada). Permite ir más allá de la desigualdad en un solo indicador para entender cómo se acumulan las desventajas.

Selección de Dimensiones e Indicadores

Definición de Umbrales de Privación (zj) por Indicador

Ponderación de Dimensiones/Indicadores (wj)

- *Puntuación UPZ* $_i = \sum_{j=1}^{d} w_j \times I_{ij}$



- Incidencia (H - Headcount Ratio):

$$H = \frac{\text{Número de unidades multidimensionalmente desfavorecidas}}{\text{Número total de unidades}}$$

- Intensidad (A - Average Intensity):

$$A = \frac{\text{Suma de las puntuaciones de privación de las unidades desfavorecidas}}{\text{Número de unidades desfavorecidas}}$$

- Índice Ajustado de Desigualdad Multidimensional (M_0):

$$M_0 = H \times A$$

3. Regresiones Cuantílicas

En lugar de modelar el efecto de una variable independiente sobre la media de una variable dependiente (como en la regresión OLS), las regresiones cuantílicas modelan el efecto en diferentes puntos de la distribución (cuantiles: ej., el 10%, el 50% (mediana), el 90%).

$$\text{Quantile}_q(Y|X) = \beta_{0q} + \beta_{1q}X_1 + \ldots + \beta_{kq}X_k$$

Donde:

- $\text{Quantile}_q(Y|X)$: El cuantil q de la variable dependiente Y, condicionado a las variables explicativas X.
- β_{iq}: Coeficiente de regresión para la variable X_i en el cuantil q.

•Ideal para ver cómo cambia un efecto según el nivel de ingreso, escolaridad, acceso, etc.
•Permite ver si el impacto de un predictor es más fuerte en poblaciones más pobres o más ricas.
•Muy útil cuando los efectos no son homogéneos en la población (lo que suele pasar con desigualdades).
•Permite identificar si una política afecta más a los extremos (ej. los más pobres o los más ricos).

4. Análisis de Autocorrelación Espacial Local (LISA) + Regresión Geográficamente Ponderada (GWR)

El **indicador LISA** para una unidad geográfica *i* mide el grado de asociación espacial entre el valor del indicador en *i* y los valores en sus vecinos *j*.

$$I_i = \frac{(x_i - \bar{x})}{s^2} \sum_{j=1}^{n} w_{ij}(x_j - \bar{x})$$

Donde:

- x_i: valor de la variable en la unidad i
- $\bar{x}$: media de la variable
- s^2: varianza de la variable
- w_{ij}: peso espacial que indica la vecindad entre i y j (por ejemplo, 1 si son vecinos, 0 si no)

La **regresión GWR** modela el valor esperado de la variable dependiente *Y* en la ubicación (u,v) como una función local de las variables independientes X, cuyos coeficientes cambian espacialmente.

$$Y_i = \beta_0(u_i, v_i) + \sum_{k=1}^{p} \beta_k(u_i, v_i) \cdot X_{ik} + \varepsilon_i$$

Donde:

- Y_i: valor de la variable dependiente en el punto i
- $\beta_k(u_i, v_i)$: coeficiente local para la variable X_k, estimado en la ubicación (u_i, v_i)
- X_{ik}: valor de la variable independiente k en i
- ε_i: término de error local
- La ponderación espacial se realiza a través de una función kernel que asigna **mayor peso a los puntos más cercanos** a i

Consideraciones Generales para el Cálculo de Indicadores

Para que los cálculos sean robustos y el análisis de desigualdades sea significativo, es crucial tener en cuenta:

- **"Población Base de Referencia" (Poblacion_Base_Referencia):** Esta es la variable más importante para calcular tasas y proporciones. Debe ser consistente con el Grupo_Etario, Sexo, Pertenencia_Etnica, Estrato, que se este analizando. Si el Valor es un conteo, se necesitara la población relevante como denominador.
- **Tipo_Medida:** Es fundamental para interpretar el Valor. ¿Es una proporción, una tasa, un índice, un valor absoluto?
- **Nivel_Territorial:** Permite comparar entre UPZ/Localidades o agregar datos a nivel de Localidad o Distrito.
- **Año_Dato:** Vital para el análisis de tendencias temporales y comparar desigualdades a lo largo del tiempo.
- **Dimension y Sub_Dimension_Opcional:** Clave para categorizar los indicadores y facilitar análisis temáticos (salud, educación, pobreza, etc.).

1. Caracterización Territorial

- **Metodología:** Estadísticas descriptivas avanzadas
- **Complemento:** Mapas temáticos por localidad y UPZ
- **Propósito:** Comprensión del contexto y visualización de condiciones de base

2. Análisis Temporal de la Fecundidad

- **Metodología:** Series de tiempo (2004–2023)
- **Complemento:** Brechas de equidad entre localidades (inicio vs. fin del período)
- **Propósito:** Observar tendencias, rupturas y persistencia territorial

3. Medición de Desigualdades Sociales

- **Metodología:** Método Alkire-Foster Adaptado
- **Complemento:** Índice de Theil con descomposición por grupos
- **Propósito:** Identificar acumulación de privaciones y origen estructural de desigualdad

4. Modelado Multivariado de Determinantes

- **Metodología:** Regresiones cuantílicas
- **Complemento:** Regresión Geográficamente Ponderada (GWR)
- **Propósito:** Evaluar impacto diferencial y espacial de los determinantes sociales

5. Cuantificación del Peso de los Determinantes

- **Metodología:** Descomposición del Índice de Theil
- **Propósito:** Estimar la contribución porcentual de cada determinante a la desigualdad total